

# DER UMSCHLAG LAMINAR–TURBULENT BEI NICHT ISOTHERMER STRÖMUNG IM ROHR

KLAUS SCHWIER

Messer Griesheim GmbH, Frankfurt am Main, Germany

(Eingegangen 31 Mai 1966)

**Zusammenfassung**—Für verschiedene Versuchsflüssigkeiten und Temperaturverhältnisse wurde der Umschlag *laminar–turbulent* von erzwungenen Strömungen in beheizten oder gekühlten geraden Kreisrohren gemessen.

Auch für die nicht isotherme Rohrströmung ist die Reynolds-Zahl  $Re$  als Kriterium des Umschlages brauchbar. Allerdings muss dann die Viskosität in der  $Re$ -Zahl auf die konstante Eintrittstemperatur  $t_1$  der Versuchsflüssigkeit in das Messrohr bezogen werden.

Die bisherigen theoretischen Berechnungen des Umschlages mit Hilfe der Stabilitätstheorie stimmen nicht mit den Versuchsergebnissen im Rohr überein. Das ist wahrscheinlich auf einige Vereinfachungen der Theorie zurückzuführen, die bei der nicht isothermen Kanalströmung nicht zulässig sind.

## 1. EINLEITUNG

DER UMSCHLAG einer inkompressiblen, erzwungenen Strömung von der laminaren in die turbulente Strömungsform wird in einem glatten Kanal konstanten Querschnitts vor allem durch folgende Grössen beeinflusst:

1. durch die geometrischen Abmessungen des Kanalquerschnitts,
2. durch das zeit- und ortsabhängige Vektorfeld der Geschwindigkeit  $\omega$  des strömenden Mediums und
3. durch die dynamische Viskosität  $\eta$  und die Dichte  $\rho$  des strömenden Mediums.

Im Fall isothermer Kanalströmung sind die dynamische Viskosität  $\eta$  und die Dichte  $\rho$  konstant. Ist die laminare Strömung ausserdem hydrodynamisch ausgebildet, so sind die Geschwindigkeitsprofile über den Kanalquerschnitt für jeden Massenstrom  $\dot{m}$  an jeder Stelle des Kanals einander ähnlich. Messungen ergeben, dass unter diesen Umständen in geometrisch ähnlichen Kanälen das Vorhandensein von laminarer oder nicht laminarer Strömung nur noch abhängig ist von der Reynolds-Zahl

$$Re = U_m L \rho / \eta$$

$L$  ist eine charakteristische Abmessung des Kanals von der Dimension einer Länge.  $U_m$  ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit in Längsrichtung des Kanals. Die Reynolds-Zahl, unterhalb derer die Strömung auch beim Vorhandensein starker Störungen stabil laminar bleibt, heisst kritische  $Re$ -Zahl und kennzeichnet den Umschlagpunkt der Strömung. Bei grösseren  $Re$ -Zahlen kann die laminare Strömung im metastabilen Zustand existieren, wenn Störungen der Strömung, zum Beispiel durch Wandrauigkeiten oder durch Schwingungen des Kanals, hinreichend klein sind.

In der nicht isothermen Strömung sind die dynamische Viskosität  $\eta$  und die Dichte  $\rho$  nicht für alle Stellen des Kanals gleich gross. Das Vektorfeld der Geschwindigkeit  $\omega$  hängt vom Temperaturfeld in der Strömung ab. Deshalb sind die Geschwindigkeitsprofile im allgemeinen nicht mehr einander ähnlich. Daraus könnte geschlossen werden, dass sich für das Turbulentwerden der nicht isothermen Strömung kein so einfacher Sachverhalt ergibt wie bei der isothermen Strömung. Diese Arbeit befasst sich mit der Klärung der Frage, inwieweit das zutrifft.

Bisher wurde lediglich der Umschlagpunkt an beheizten oder gekühlten Platten untersucht [1–3]. Hier wird von Messungen des Umschlagpunktes in beheizten oder gekühlten waagerechten Kreisrohren berichtet. Die Messungen, die an einer Versuchsanlage im Institut für Thermodynamik der Technischen Hochschule Braunschweig gewonnen wurden, sind mit einer neuen Messmethode durchgeführt worden.

## 2. VERSUCHSAPPARATUR UND MESSMETHODE

Die gesamte Versuchsanlage wurde bereits in [4] ausführlich erläutert. Daher soll hier nur die eigentliche Mess-Strecke beschrieben werden.

Als Versuchsflüssigkeiten wurden Wasser und zwei verschiedene Öle stark unterschiedlicher Viskosität verwendet. Aus einem Heizungssystem gelangte die Versuchsflüssigkeit mit der konstanten Eintrittstemperatur  $t_1$  in die 1,5 m lange Einlaufstrecke. Ein Wärmeaustausch von der Einlaufstrecke mit der Umgebung wurde durch eine Isolierung und durch darin eingebettete Kompensationsheizungen verhindert. Die Einlaufstrecke diente lediglich der Ausbildung des parabolischen Geschwindigkeitsprofils bei gleichbleibender Temperatur.

In der sich an die Einlaufstrecke anschließenden Wärmeaustauschstrecke wurde die Versuchsflüssigkeit bei der über Umfang und Rohrlänge konstanten Wandtemperatur  $t_w$  beheizt oder gekühlt. Die Wärmeaustauschstrecke war als Doppelrohrwärmeaustauscher gestaltet, und die konstante Wandtemperatur wurde durch Wasser erzeugt, welches im Ringraum des Doppelrohrwärmeaustauschers mit grosser Geschwindigkeit strömte. Die Eintrittstemperatur  $t_1$  und die Wandtemperatur  $t_w$  konnten auf einem beliebigen Wert zwischen 15°C und 100°C konstant gehalten werden. Die Rohre der Einlauf- und Mess-Strecke waren austauschbar. Ihre Innendurchmesser betragen 6 mm oder 10 mm.

Mit einer besonderen Messtechnik konnte das Turbulentwerden der Strömung sehr gut untersucht werden: Da der Wärmeübergang unter

sonst gleichen Verhältnissen bei turbulenter Strömung grösser ist als bei laminarer Strömung, ändert sich auch die mittlere Flüssigkeitstemperatur  $t_{fl}$  bei turbulenter Strömung in Richtung der Rohrachse stärker als bei laminarer Strömung. Mit einer im Messrohr verschiebbaren Sonde, welche aus einem System zum Durchmischen der Flüssigkeit und einem Thermoelement sehr geringer Trägheit bestand, konnten die mittleren Flüssigkeitstemperaturen an beliebigen Stellen des Rohres gemessen werden. Eine genaue Beschreibung der Sonde und ihrer Funktionsweise ist in [4] gegeben.

Die Messung der mittleren Flüssigkeitstemperatur erfolgte mit einem Kompensator System Diesselhorst-Hausrath. Temperaturschwankungen, die beim Wechsel von laminarer zu turbulenter Strömung auftraten, wurden über ein Spiegelgalvanometer geringer Trägheit als Lichtzeigerausschläge optisch beobachtet. Dabei entsprach eine Temperaturschwankung von 0,01 grd einem Ausschlag von 1 mm.

Die Störungen in der Einlauf- und der Mess-Strecke waren so gering, dass die isotherme Strömung noch bei  $Re > 2200$  laminar blieb. Diese Kontrolle wurde mittels der Messung des Druckabfalls in der Strömung durchgeführt. Bei nicht isothermer Strömung wurde der Massenstrom  $\dot{m}$  der Flüssigkeit schrittweise so lange erhöht, bis durch die Ausbildung der ersten Turbulenzen Schwankungen der mittleren Flüssigkeitstemperatur verursacht wurden. Das erste Auftreten dieser Schwankungen fällt zusammen mit dem Umschlagpunkt. Dieses Verfahren wurde zur Kontrolle bei verschiedenen Sondenstellungen, also an verschiedenen Stellen des Rohres wiederholt.

## 3. TURBULENZENTSTEHUNG BEI ISOTHERMER ROHRSTRÖMUNG

Emmons und Bryson [5] und Schubauer und Klebanoff [6] fanden bei Untersuchungen an der längs angeströmten Platte, dass der Umschlag von der isothermen laminaren zur turbulenten Strömung kein kontinuierlicher Vorgang ist. Vielmehr beginnt der Umschlag in einzelnen

diskreten Flüssigkeitsbereichen, während die Restströmung laminar bleibt.

Entsprechende Untersuchungen wurden an der isothermen Strömung von Luft im Rohr von Rotta [7] durchgeführt. Er entdeckte für das Rohr ähnliche Verhältnisse wie Schubauer und Klebanoff für die längs angeströmte Platte: Die Strömung beginnt turbulent zu werden, indem an statistisch verteilten Stellen im Rohr in unregelmässiger zeitlicher Folge pfpfenartige Partien turbulenter Strömung entstehen. Die Pfpfen werden mit der Strömung fortgeführt. Dabei wachsen sie in Richtung der Rohrachse mit einer von der Re-Zahl abhängigen Ausbreitungsgeschwindigkeit. Bei genügend langen Rohren vereinigen sich die Pfpfen, so dass dann der voll turbulente Strömungszustand hergestellt ist. Nicht nur das Wachstum der Pfpfen, sondern auch die Pfpfenproduktion pro Zeiteinheit steigt mit der Re-Zahl an. Man bezeichnet den Re-Bereich zwischen dem ersten Auftreten stabiler turbulenter Pfpfen und der voll turbulenten Strömung als Übergangsgebiet. Die Entstehung des ersten stabilen turbulenten Pfpfens entspricht dem Umschlagpunkt. Rotta [7] ermittelte aus seinen Messergebnissen den Umschlagpunkt bei  $Re_{krit.} \approx 2000$ . Für Werte  $Re < Re_{krit.}$  sind auch bei groben Massnahmen zur Turbulenzerzeugung keine stabilen turbulenten Pfpfen mehr zu erhalten.

Die Messungen, von denen in dieser Arbeit berichtet wird, sollten unter anderem Aufschluss darüber geben, ob die Turbulenztstehung bei der nicht isothermen Rohrströmung ähnlich vor sich geht wie bei der isothermen Rohrströmung.

**4. MESSERGEBNISSE BEI NICHT ISOTHERMER ROHRSTRÖMUNG**

Die Messungen zeigten, dass der Mechanismus der Turbulenztstehung bei nicht isothermer Strömung demjenigen bei isothermer Strömung ähnelt: Beim Erreichen des kritischen Massenstromes  $\dot{m}_{krit.}$  entstanden zunächst ein-

zelne in die laminare Strömung eingebettete turbulente Pfpfen. Bei weiterer Erhöhung von  $\dot{m}$  vermehrte sich die Anzahl der pro Zeiteinheit produzierten Pfpfen. Die Pfpfen bewegten sich im Rohr fort und wuchsen bei genügend grossen Massenströmen zusammen, so dass dann volle Turbulenz bestand.

Abb. 1 gibt Beispiele für das beheizte und gekühlte Rohr, wie sich die mittlere Flüssigkeitstemperatur im Umschlagpunkt in Abhängigkeit von der Zeit sprunghaft ändert, je nachdem, ob laminare oder turbulente Flüssigkeitsbereiche die Mess-Stelle passieren. Auf die Angabe der mittleren Flüssigkeitstemperaturen  $t_n$  wurde verzichtet, weil die Absolutmessung der Temperatur mit der Sonde teilweise nicht sehr genau war, vgl. [4] S. 26 und S. 29–31.

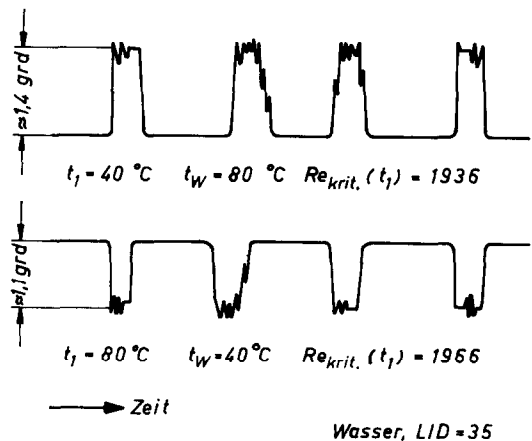


ABB. 1. Schwankungen der mittleren Flüssigkeitstemperatur im beheizten und gekühlten Rohr.

Wesentlich sind nur die Schwankungen der mittleren Flüssigkeitstemperatur bei  $\dot{m}_{krit.} = konst.$  (Sie betragen hier zum Beispiel 1,4 grad bzw. 1,1 grad). Die Viskosität ist in den angegebenen kritischen Re-Zahlen auf die Eintrittstemperatur  $t_1$  bezogen. Der Rohrrinnendurchmesser betrug in beiden Fällen  $D = 10$  mm.  $L$  ist die Rohrlänge vom Beginn der Wärmeaustauschstrecke bis zur Temperaturmessstelle der Sonde.

Abweichend vom Verhalten der isothermen Strömung wurde festgestellt, dass sich der Entstehungsort der turbulenten Pfropfen bei nicht isothermer Rohrströmung durchweg im vorderen Teil der Wärmeaustauschstrecke befand, also dort, wo der grösste Temperaturgradient zwischen Rohrwand und Flüssigkeit vorhanden ist. Da sich beim Eintritt der Flüssigkeit in die Wärmeaustauschstrecke die Temperaturgrenzschicht erst allmählich ausbildet, andererseits aber die turbulenten Pfropfen am Anfang der Wärmeaustauschstrecke entstehen, unterscheidet sich die mittlere Flüssigkeitstemperatur in den Pfropfen unmittelbar nach ihrer Entstehung nur wenig von der Eintrittstemperatur  $t_1$ . Mit anderen Worten: Die Pfropfen entstehen, wenn die Flüssigkeit, abgesehen von einer dünnen Grenzschicht, noch die Temperatur  $t_1$  besitzt. Daher ist es möglich, auf komplizierte Untersuchungen zu verzichten, wie die temperaturabhängige Viskosität  $\eta$  und die Dichte  $\rho$  sowie das Vektorfeld der Geschwindigkeit  $\omega$  den Umschlagpunkt beeinflussen. Denn es liegt unter diesen Umständen nahe, auch für die nicht isotherme Rohrströmung eine Abhängigkeit des Umschlagpunktes nur von der Reynoldszahl anzunehmen. Und zwar wird  $\eta$  in der Re-Zahl auf die Eintrittstemperatur  $t_1$  bezogen, wie dies bereits in Abb. 1 geschah.

Die Messergebnisse sind in Tabelle 1 wiedergegeben. Im einzelnen bedeuten  $D$  den Rohrdurchmesser,  $L/D$  das Verhältnis von wirksamer Länge der Wärmeaustauschstrecke zum Rohrdurchmesser,  $t_1$  die Eintrittstemperatur der Versuchsflüssigkeit und  $t_w$  die Wandtemperatur der Wärmeaustauschstrecke. In  $Re_{krit.}$  wurde die Viskosität auf  $t_1$  und in  $Re_{1w\ krit.}$  auf die Temperatur  $(t_1 + t_w)/2$  bezogen.

Die Messergebnisse lassen erkennen, dass die mit  $t_1$  gebildeten kritischen Re-Zahlen

$$Re_{krit.} = 4 \dot{m} / [\pi D \eta(t_1)]$$

ungefähr so gross sind wie bei der isothermen Strömung. Zwar sind Abweichungen von  $Re_{krit. isotherm} = 2000$  vorhanden. Eine Tendenz ist aus den Streuungen aber nicht ersichtlich.

Tabelle 1. Messungen des kritischen Massenstromes  $\dot{m}_{krit.}$ 

$D$ (m)	$L/D$	$t_1$ (°C)	$t_w$ (°C)	$\dot{m}_{krit.}$ (kg/s)	$Re_{krit.}$	$Re_{1w\ krit.}$
Wasser:						
0,01	60	20	40	0,01589	2020	2538
0,01	210	20	40	0,01648	2095	2632
0,01	10	20	60	0,01713	2177	3348
0,01	20	20	60	0,01717	2182	3356
0,01	35	20	60	0,01567	1991	3063
0,01	60	20	60	0,01619	2058	3164
0,01	110	20	60	0,01590	2021	3108
0,01	20	20	80	0,01775	2256	4153
0,01	35	20	80	0,01748	2222	4090
0,01	60	20	80	0,01605	2040	3755
0,01	110	20	80	0,01612	2049	3772
0,01	210	20	80	0,01577	2004	3690
0,01	20	40	80	0,009750	1906	2681
0,01	35	40	80	0,009905	1936	2723
0,01	60	40	80	0,01012	1978	2782
0,01	10	60	20	0,008285	2278	1619
0,01	20	60	20	0,008251	2268	1613
0,01	35	60	20	0,007508	2064	1467
0,01	60	60	20	0,008465	2327	1655
0,01	110	60	20	0,007501	2062	1466
0,01	35	80	20	0,005643	2047	1320
0,01	60	80	20	0,005462	1981	1278
0,01	110	80	20	0,006180	2242	1446
0,01	10	80	40	0,005708	2071	1569
0,01	20	80	40	0,006044	2192	1662
0,01	35	80	40	0,005420	1966	1490
0,01	60	80	40	0,005688	2063	1564
0,006	400	20	40	0,009814	2079	2612
0,006	400	20	60	0,009517	2016	3100
0,006	400	20	80	0,009698	2054	3782
0,006	400	40	80	0,006227	2028	2853
Shell Voluta-Öl 919:						
0,01	110	80	40	0,05963	1963	1200
0,01	210	80	40	0,06015	1980	1210
0,01	240	80	40	0,06171	2027	1240
0,01	60	80	60	0,05914	1947	1544
0,01	210	80	60	0,05944	1957	1551
0,01	240	80	60	0,06152	2021	1604
0,006	400	60	20	0,06107	2046	1083
0,006	400	80	20	0,03871	2119	964
0,006	400	80	40	0,03474	1902	1164
0,006	400	80	60	0,03771	2065	1639
Shell Aspa-Öl 31:						
0,01	240	80	40	0,1560	2090	998
0,01	240	80	60	0,1506	2018	1430

Die teilweise etwas zu hohen Werte dürften dadurch bedingt sein, dass es recht schwierig war, genau den Massenstrom  $\dot{m}_{krit.}$  einzustellen, bei dem der erste stabile turbulente Pfropfen

entstand. Das gilt besonders für kleine Rohrlängen  $L$ , wo die Schwankungen der mittleren Flüssigkeitstemperaturen gering waren. Die auf die Temperatur  $(t_1 + t_w)/2$  bezogenen kritischen Re-Zahlen sind in Tabelle 1 ebenfalls angegeben, um zu zeigen, dass sie sehr stark variieren. Eine mit  $t_{fl}$  gebildete kritische Re-Zahl wäre von  $L$  abhängig. Es wurde aber ausführlich erörtert, dass der Umschlagpunkt nicht von der Länge der Wärmeaustauschstrecke abhängt. Aus diesen Gründen ist die mit der Eintrittstemperatur  $t_1$  gebildete kritische Re-Zahl allen anderen vorzuziehen.

Die Temperaturabhängigkeit der Viskosität wurde für die Versuchsflüssigkeiten im Bereich von 0 bis 100°C durch folgende Funktion dargestellt:

$$\eta = k \exp [b/(T - a)]$$

Die Konstanten  $k$ ,  $a$  und  $b$  sind in Tabelle 2 angegeben.  $T$  ist die absolute Temperatur.

Tabelle 2. Koeffizienten für die Viskositätsfunktionen

Koeff.	Einheit	Wasser	Voluta	Aspa
$k \cdot 10^4$	kg/(ms)	0,2414	0,8356	0,6395
$a$	°K	140,0	177,0	197,9
$b$	°K	570,6	676,0	776,5

### 5. EINIGE FOLGERUNGEN AUS DEN MESSERGEBNISSEN

Theoretisch versucht man, den Umschlag *laminar-turbulent* durch eine Störungsrechnung zu erfassen: Die laminare Strömung steht ständig unter dem Einfluss kleiner Störungen, die sich der Grundströmung überlagern. Wenn die Störungsbewegungen mit der Zeit abklingen, bleibt die Strömung stabil laminar. Im anderen Fall wird die laminare Strömung instabil und schlägt um in die turbulente Strömungsform. Eine ausgezeichnete kurze Darstellung der Stabilitätstheorie, besonders auch die Herleitung der Orr-Sommerfeldschen Störungsdifferentialgleichung, bringt Schlichting, vgl. [8] S. 429-438, so dass hier lediglich

einige Ergebnisse der Lösung dieser Gleichung mit den vorliegenden Versuchen verglichen werden sollen.

Als eines der wichtigsten Ergebnisse der Lösung der reibungsfreien Störungsdifferentialgleichung—in dieser wurden die Reibungsglieder vernachlässigt—erhält man das sogenannte Wendepunktkriterium. Es besagt, dass Geschwindigkeitsprofile mit Wendepunkt instabil sind, vgl. [9]. Nach Schlichting [8] S. 436 soll die Berücksichtigung der Reibungsglieder in der Störungsdifferentialgleichung an diesem Ergebnis nichts Wesentliches ändern.

Wenn tatsächlich das Vorhandensein eines Wendepunktes im Geschwindigkeitsprofil nach Tollmien [9] in jedem Fall eine hinreichende Bedingung für das Vorhandensein angefachter Schwingungen sein soll, dann hätten sich für den Fall der Heizung und der Kühlung unterschiedliche kritische Re-Zahlen ergeben müssen. Denn bei Beheizung einer Flüssigkeit wird das parabolische Geschwindigkeitsprofil „gestaucht“ und besitzt keinen Wendepunkt. Bei Kühlung dagegen wird das Geschwindigkeitsprofil „gestreckt“ und besitzt einen Wendepunkt. Verschiedene kritische Re-Zahlen für Heizung und Kühlung konnten jedoch nicht festgestellt werden.

Während auf der einen Seite dieses allgemeine Ergebnis der Stabilitätstheorie sich von den Versuchsergebnissen unterscheidet, ist auf der anderen Seite die spezielle Anwendung der Theorie auf die laminare Rohrströmung mit den Versuchsergebnissen nicht in Einklang zu bringen. Von mehreren Forschern wurde die Störungsdifferentialgleichung auf den Fall der Hagen-Poiseuille-Strömung angewendet, vgl. [8] S. 506. Dabei wurde übereinstimmend gefunden, dass die Hagen-Poiseuille-Strömung für alle Re-Zahlen stabil sei. Das Ergebnis ist verwunderlich, da es einmal nicht mit dem experimentellen Tatbestand übereinstimmt und weil sich zum anderen für die verwandte laminare Spaltströmung durchaus eine Instabilität und eine kritische Re-Zahl aus der Störungsdifferentialgleichung berechnen lässt. Allerdings

ist diese kritische Re-Zahl  $Re_{krit.} = 5314$  viel zu gross, vgl. [8] S. 506–507.

Aus diesen Tatsachen muss man den Schluss ziehen, dass die Modellvorstellung von der Anfachung kleiner Schwingungen nicht in allen Fällen den Umschlag *laminar-turbulent* richtig beschreibt oder dass bestimmte Vereinfachungen bei der Lösung der Störungsdifferentialgleichung für die erzwungene Kanalströmung nicht zulässig sind.

In der Störungsdifferentialgleichung werden die Änderung der Längskomponente der Geschwindigkeit  $U$  mit der Rohrlänge  $L$  und die Radialkomponente  $V$  vernachlässigt. Gerade beim Eintritt der laminaren Strömung in die Wärmeaustauschstrecke erreichen jedoch die Ableitung  $\partial U/\partial L$  und die Radialgeschwindigkeiten  $V$  beträchtliche Werte. Strewe [10] hat diese Werte für die Strömung von Wasser berechnet. Abb 2 zeigt für die Eintrittstemperatur  $t_1 = 80^\circ\text{C}$  und die Wandtemperatur  $t_w = 20^\circ\text{C}$  einmal das Verhältnis der Längskomponente der Geschwindigkeit in der Rohrachse  $U_s$  zur mittleren Geschwindigkeit  $U_m$  über der Koordinate  $4 L/D \cdot Re$ . Zum anderen sind für den Beginn der Wärmeaustauschstrecke  $U$  and  $V$  über dem Verhältnis von radialer

Koordinate  $r$  zum Rohrradius  $R$  aufgetragen. Ein zweites Strömungsprofil  $U(r/R)$  für  $L > 0$  ist ebenfalls eingezeichnet. Diese sehr starke Änderung von  $U$  und  $V$  am thermischen Einlauf, bedingt durch die Temperaturabhängigkeit der Viskosität, führt offenbar zu starker Anfachung der in der Strömung vorhandenen Störungen und zu sofortiger Ausbildung turbulenter Pfropfen.

Wie die Überlegungen zeigen, kann die Theorie mit den bisher angenommenen Vereinfachungen auf den Fall der nicht isothermen Kanalströmung nicht angewendet werden.

## LITERATUR

1. W. LINKE, Über den Strömungswiderstand einer beheizten ebenen Platte, *Luftfahrtforsch.* **19**, 157 (1942).
2. H. W. LIEPMANN und G. H. FILA, Investigations of effect of surface temperature and single roughness elements on boundary layer transition, NACA TN 1196 (1947) und NACA Rep, 890 (1947).
3. R. W. HIGGINS und C. C. PAPPAS, An experimental investigation of the effect of surface heating on boundary layer transition on a flat plate in supersonic flow, NACA TN 2351 (1951).
4. K. SCHWIER, Der Wärmeübergang im horizontalen Rohr bei laminarer Strömung und seine Beeinflussung durch freie Konvektion und durch die Temperaturabhängigkeit der Stoffwerte, *Fortschr.-Ber. VDI-Z.* Reihe 6, Nr. 6 (1965).
5. H. W. EMMONS und A. E. BRYSON, The laminar-turbulent transition in a boundary layer, Part I *J. Aeronaut. Sci.* **18**, 490–498 (1951); Part II: *Proc. 1st Nat. Congr. Appl. Mech.* pp. 859–868 (1952).
6. G. B. SCHUBAUER und P. S. KLEBANOFF, Contribution on the mechanics of boundary layer transition, NACA Rep. 1289 (1956).
7. J. ROTTA, Experimenteller Beitrag zur Entstehung turbulenter Strömung im Rohr, *Ing.-Arch.* **24**, 258 (1956).
8. H. SCHLICHTING, *Grenzschicht-Theorie*, Braun, Karlsruhe (1965).
9. W. TOLLMIEEN, Ein allgemeines Kriterium der Instabilität laminarer Geschwindigkeitsverteilungen, *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math. Phys. Klasse, Fachgruppe I*, **1**, 79 (1935).
10. W. STREWE, Geschwindigkeitsfeld, Temperaturfeld und Wärmeübergang bei laminarer Kanalströmung von Wasser mit temperaturabhängiger Zähigkeit, Diss. TH Braunschweig (1964).

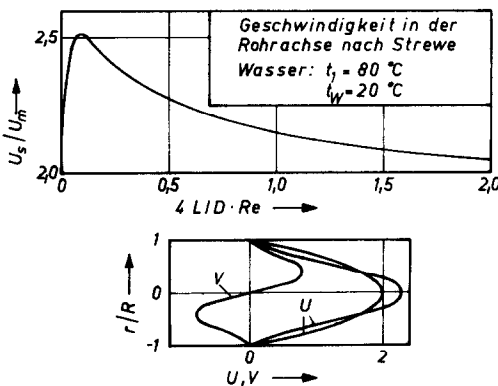


ABB. 2. Geschwindigkeitsprofile nach Strewe [10].

**Abstract**—For several working fluids and temperatures the transition laminar-turbulent of forced flows in heated or cooled straight pipes was measured.

Also for non-isothermal pipe flow the Reynolds number is a useful criterion for transition. In this case

the viscosity in the Reynolds number must be related to the constant entrance temperature  $t_1$  of the working fluid in the pipe.

The existing calculations of transition made by stability theory do not correspond with pipe flow measurements. Probably this is caused by some simplifications of the theory which are not allowed for non-isothermal pipe flow.

**Résumé**—On a mesuré la transition de l'écoulement laminaire à l'écoulement turbulent dans des tuyaux rectilignes chauffés ou refroidis pour plusieurs fluides et plusieurs températures.

Le nombre de Reynolds est aussi un critère utile pour un écoulement non-isotherme dans un tuyau. Dans ce cas, la viscosité dans le nombre de Reynolds doit être reliée à la température d'entrée uniforme  $t_1$  du fluide qui s'écoule dans le tuyau.

Les calculs existants de la transition effectués à l'aide de la théorie de la stabilité ne correspondent pas avec les mesures de l'écoulement dans un tuyau. Ceci est dû probablement à quelques simplifications dans la théorie qui ne sont pas permises dans le cas de l'écoulement non-isotherme dans un tuyau.

**Аннотация**—Исследуется турбулентный переход ламинарного вынужденного течения в нагреваемых или охлаждаемых трубах для различных рабочих жидкостей при различных температурах.

Число Рейнольдса является определяющим критерием турбулентного перехода для неизотермического течения в трубе. В этом случае вязкость в числе Рейнольдса необходимо отнести к постоянной температуре  $t_1$  рабочей среды в трубе.

Известные результаты расчета перехода на основе стационарной теории не согласуются с измерениями в трубах. Это, вероятно, объясняется некоторыми упрощениями, неприменимыми для неизотермического течения.